

International scientific conference «Algebraic and geometric methods of analysis»

Book of abstracts



May 31 - June 5, 2017
Odessa
Ukraine

LIST OF TOPICS

- Algebraic methods in geometry
- Differential geometry in the large
- Geometry and topology of differentiable manifolds
- General and algebraic topology
- Dynamical systems and their applications
- Geometric problems in mathematical analysis
- Geometric and topological methods in natural sciences
- History and methodology of teaching in mathematics

ORGANIZERS

- The Ministry of Education and Science of Ukraine
- Odesa National Academy of Food Technologies
- The Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine
- Taras Shevchenko National University of Kyiv
- The International Geometry Center

PROGRAM COMMITTEE

Chairman: Prishlyak A.

(Kyiv, Ukraine)

Balan V.

(Bucharest, Romania)

Banakh T.

(Lviv, Ukraine)

Fedchenko Yu.

(Odesa, Ukraine)

Fomenko A.

(Moscow, Russia)

Fomenko V.

(Taganrog, Russia)

Glushkov A.

(Odesa, Ukraine)

Haddad M.

(Wadi al-Nasara, Syria)

Herega A.

(Odesa, Ukraine)

Khruslov E.

(Kharkiv, Ukraine)

Kirichenko V.

(Moscow, Russia)

Kirillov V.

(Odesa, Ukraine)

Konovenko N.

(Odesa, Ukraine)

Maksymenko S.

(Kyiv, Ukraine)

Matsumoto K.

(Yamagata, Japan)

Mashkov O.

(Kyiv, Ukraine)

Mykytyuk I.

(Lviv, Ukraine)

Milka A.

(Kharkiv, Ukraine)

Mikesh J.

(Olomouc, Czech Republic)

Mormul P.

(Warsaw, Poland)

Moskaliuk S.

(Wien, Austria)

Panzhenskiy V.

(Penza, Russia)

Pastur L.

(Kharkiv, Ukraine)

Plachta L.

(Krakov, Poland)

Pokas S.

(Odesa, Ukraine)

Polulyakh E.

(Kyiv, Ukraine)

Rahula M.

(Tartu, Estonia)

Sabitov I.

(Moscow, Russia)

Savchenko A.

(Kherson, Ukraine)

Sergeeva A.

(Odesa, Ukraine)

Strikha M.

(Kyiv, Ukraine)

Shvets V.

(Odesa, Ukraine)

Shelekhov A.

(Tver, Russia)

Shurygin V.

(Kazan, Russia)

Vlasenko I.

(Kyiv, Ukraine)

Zadorozhnyj V.

(Odesa, Ukraine)

Zarichnyi M.

(Lviv, Ukraine)

Zelinskiy Y.

(Kyiv, Ukraine)

ADMINISTRATIVE COMMITTEE

- Egorov B., chairman, rector of the ONAFT;
- Povarova N., deputy chairman, Pro-rector for scientific work of the ONAFT;
- Mardar M., Pro-rector for scientific-pedagogical work and international communications of the ONAFT;
- Fedosov S., Director of the International Cooperation Center of the ONAFT;
- Volkov V., Director of the Educational Research Institute of Mechanics, Automation and Computer Systems named after P. M. Platonov;
- Bukaros A., Dean of the Faculty of automation, mechatronics and robotics

ORGANIZING COMMITTEE

Kirillov V.
Konovenko N.
Fedchenko Yu.

Hladysh B.
Nuzhnaya N.
Osadchuk E.

Maksymenko S.
Khudenko N.
Cherevko E.

Алгебра Ли инфинитезимальных образующих группы симметрий уравнения теплопроводности

Нарманов Отабек Абдигаппарович

(Ташкентский университет информационных технологий, Ташкент, Узбекистан)

E-mail: otabek.narmanov@mail.ru

Пусть нам дано дифференциальное уравнение порядка m

$$\Delta(x, u^{(m)}) = 0 \quad (1)$$

от n независимых от $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ и q зависимых переменных $u = (u_1, u_2, \dots, u_q)$, содержащее производные от u по x до порядка m , где $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X = R^n$, $u = (u_1, u_2, \dots, u_q) \in R^q$.

Определение 1. Группа G преобразований, действующая на открытом подмножестве M пространства независимых и зависимых переменных дифференциального уравнения называется группой симметрий уравнения (1), если для каждого решения $u = f(x)$ уравнения (1) и для $g \in G$ такого, что определено $g \circ G$, то функция $\tilde{u} = g \circ G$ также является решением уравнения.

Одним из преимуществ знания группы симметрий дифференциальных уравнений состоит в том, что если нам известно решение $u = f(x)$, то в соответствии с определением функция $\tilde{u} = g \circ f$ также является решением для любого элемента g группы G , так что у нас есть возможность построить целое семейство решений, подвергая известное решение действию всевозможных элементов группы.

Для нахождения группы симметрий "продолжим" основное пространство, представляющее независимые и зависимые переменные, до пространства, представляющего также все различные частные производные, встречающиеся в уравнении. Для данной гладкой функции $u = f(x)$, имеется индуцированная функция $u^m = pr^m f(x)$, называемая $-m$ продолжением функции $f(x)$, которая определяется уравнениями $u_j^\alpha = \partial_j f^\alpha(x)$, где $\partial_j f^\alpha(x)$ производная порядка α функции $u = f(x)$.

Теперь мы можем заменить дифференциальное уравнение $\Delta(x, u^{(m)}) = 0$ алгебраическим уравнением, которое определяется обращением в нуль функции, которая является правой частью уравнения $\Delta(x, u^{(m)}) = 0$, определенной на $X \times U^m$. Гладкое решение дифференциального уравнения $\Delta(x, u^{(m)}) = 0$ - гладкая функция $u = f(x)$ такая, что $\Delta(x, pr^{(m)}u) = 0$. Это означает, что функция $u = f(x)$ и ее производные $u_j^\alpha = \partial_j f^\alpha$ должны удовлетворять алгебраическому уравнению

$$F(x, t, pr^{(m)}u(x)) = 0 \quad (2)$$

Процедура нахождения инфинитезимальных образующих группы симметрий дифференциальных уравнений описана в работе [5]. Это процедура использует продолжения действия группы симметрий на расширенное пространство. Инфинитезимальные образующие продолжения действия группы симметрий являются продолжениями инфинитезимальных образующих группы симметрий основного пространства. Эту схему используем для нахождения группы симметрий одномерного уравнения теплопроводности.

Рассмотрим квазилинейное уравнение теплопроводности с коэффициентом нелинейности $k(u)$, которое описывает процесс переноса тепла в предположении, что среда является неподвижной и дополнительные источники или стоки энергии в среде отсутствуют:

$$u_t = (k(u)u_x)_x \quad (3)$$

Наибольший интерес представляет собой случай, когда коэффициент теплопроводности $k(u)$ является нелинейной функцией температуры u . Исследования показывают, что коэффициент теплопроводности в достаточно широком диапазоне изменения параметров может быть описан степенной функцией температуры ([1]-[6]), т. е. имеет вид $k = u^\sigma$.

Мы рассмотрим случай $k(u) = u$.

Теорема 2. Алгебра Ли инфинитезимальных образующих группы симметрий уравнения (1.3) является трехмерной алгеброй Ли, порожденной векторными полями:

$$X_1 = \frac{\partial}{\partial t}, X_2 = \frac{\partial}{\partial x}, X_3 = 2t \frac{\partial}{\partial t} + x \frac{\partial}{\partial x}.$$

Рассмотрим векторное поле (случай $a = 0$)

$$X = d \frac{\partial}{\partial t} + b \frac{\partial}{\partial x}.$$

Это векторное поле порождает преобразования вида

$$(t, x, u) \rightarrow (t + ds, x + bs, u).$$

Функция $F(t, x) = bt - dx$ является инвариантом этих преобразований в силу того, что $X(F) = 0$. Поэтому если $\xi = bt - dx, b = d^2$, то функция $u(t, x) = v(\xi)$ является решением уравнения (1.3), где $v(\xi)$ является решением следующего обыкновенного дифференциального уравнения

$$vv'' + v'^2 - v' = 0.$$

Рассмотрим случай $a \neq 0$. Так как $X(\xi) = 0$, функция

$$\xi = \frac{x}{\sqrt{t}}$$

является инвариантом группы преобразований, порожденных векторным полем

$$X = 2at \frac{\partial}{\partial t} + ax \frac{\partial}{\partial x}.$$

В этом случае решение ищем в виде:

$$u(t, x) = v(\xi)$$

где функция $v(\xi)$ является решением следующего обыкновенного дифференциального уравнения

$$vv'' + v'^2 + \frac{\xi}{2}v' = 0. \quad (4)$$

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Брюно А.Д. Автономные решения и степенная геометрия, УМН 2000, том 55, выпуск 1(331), с. 3- 44
- [2] Братусь А.С., Новожилов А.С., Платонов А.П. Динамические системы и модели биологии. Драфт.2011, 436 стр.
- [3] Волосевич П.П., Леванов Е.И. Автономные решения задач газовой динамики и теплопереноса. Москва, Изд.МФТИ.1997, 235 стр.
- [4] Ибрагимов Н.Х. Опыт группового анализа обыкновенных дифференциальных уравнений, Математика-кибернетика, Москва Издательство "Знание" 1991
- [5] Олвер П. Приложения групп Ли к дифференциальным уравнениям. Москва, Мир, 1989, 639 стр.
- [6] Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений. Москва, Наука, 1987, 481 стр.

Байтураев А. М. Структура множества субмерсий, для которых все поверхности уровня являются линейно связными	107
Березовский В. Е., Микеш Й., Гинтерлейтнер И. К вопросу о конформных отображениях римановых пространств на Риччи симметрические римановы пространства	108
Березовский В. Е., Микеш Й., Черевко Е. В. К вопросу о канонических почти геодезических отображениях первого типа	110
Гергега А. Н., Кривченко Ю. В., Швец Н. В. О мультимасштабных элементах перколяционного кластера	112
Дышлис А. А., Покась С. М., Прохода А. С. Хирургия орбифолдов и её применение в кристаллографии	113
Жураев Д. А. Задача Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в трехмерной неограниченной области	114
Кирилов В. Х., Худенко Н. П., Витюк А. В. Факторный анализ динамики процесса выживания микромицетов в фруктово-ягодных сиропах	116
Кириченко В. Ф., Суровцева Е. В. Риманова геометрия фундаментального распределения	118
Лозиенко Д. В., Курбатова И. Н. Канонические квази-геодезические отображения рекуррентно-параболических пространств	120
Маматов М. Алимов Х. О задаче преследования, описываемой дифференциальными уравнениями дробного порядка	122
Маматов М., Эсонов Э. Способы создания проблемных ситуаций в процессе развития творческого мышления студентов	123
Маматов М. Собиров Х. О задаче преследования по позиции в дифференциальных играх	124
Мозель В. А. Движения в геометрии Лобачевского и алгебры операторов Бергмана со сдвигами	125
Нарманов О. А. Алгебра Ли инфинитезимальных образующих группы симметрий уравнения теплопроводности	127
Нарманов А. Я., Турсунов Б. А. О геометрии субмерсий над орбитой векторных полей Киллинга	129
Нежуренко А. С., Курбатова И. Н. F -планарные отображения многообразий с аффинорной структурой специального типа	131
Покась С. М., Крутоголова А. В. Инфинитезимальные проективные преобразования 2-ой степени в римановом пространстве второго приближения	132
Починка О. В. О существовании энергетической функции у динамических систем	133
Ромакина Л. Н. Элементы объема в гиперболическом пространстве положительной кривизны	135
Романов А. Н. Расстояния внутри цилиндров, конечные и бесконечные	137