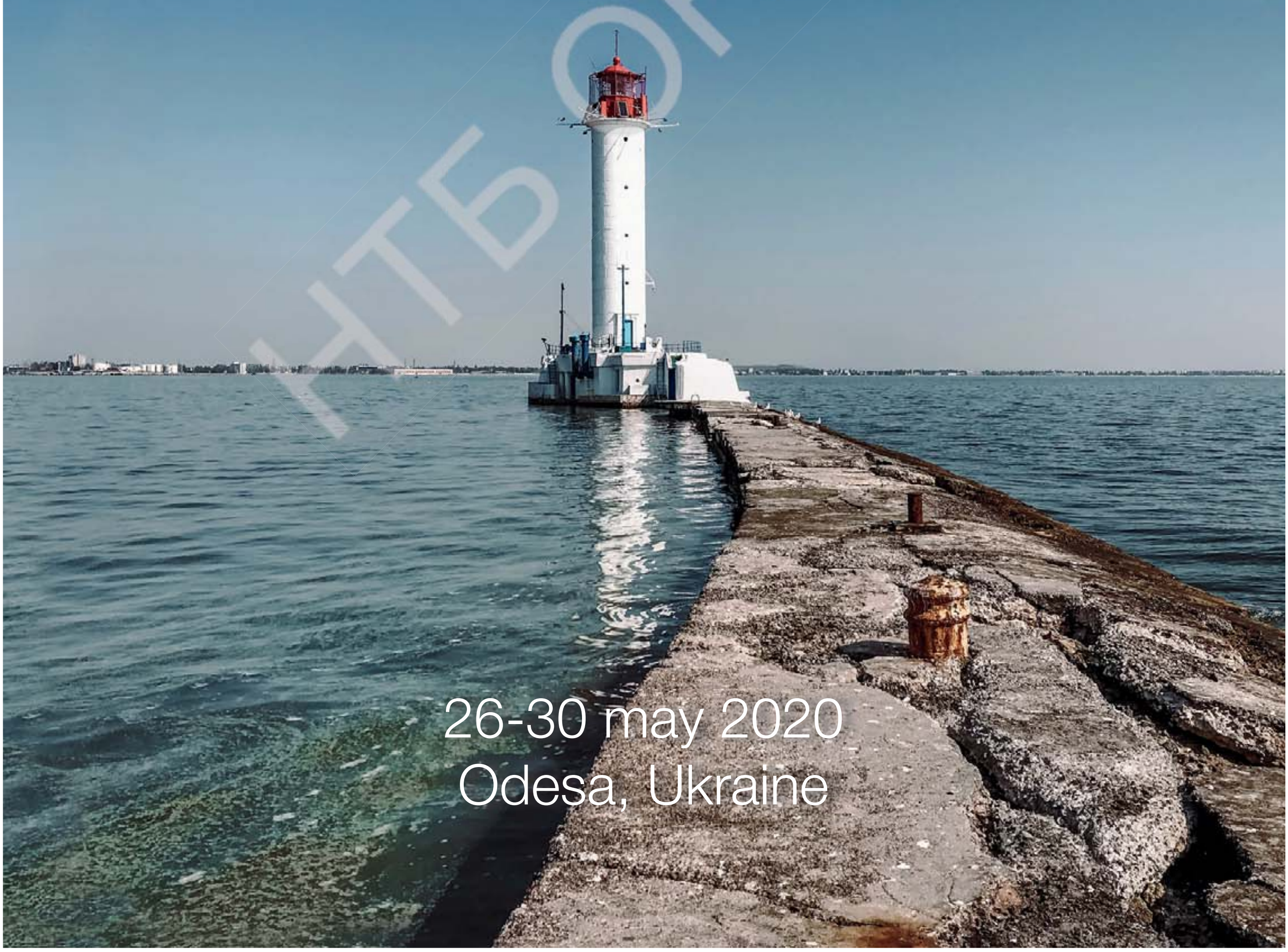
International
Scientific Conference

Algebraic and Geometric Methods of Analysis



26-30 may 2020
Odesa, Ukraine

List of topics

- Algebraic methods in geometry
- Differential geometry in the large
- Geometry and topology of differentiable manifolds
- General and algebraic topology
- Dynamical systems and their applications
- Geometric problems in mathematical analysis
- Geometric and topological methods in natural sciences

Organizers

- Ministry of Education and Science of Ukraine
- Odesa National Academy of Food Technologies
- Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine
- Odessa I. I. Mechnikov National University
- Taras Shevchenko National University of Kyiv
- International Geometry Center
- Kyiv Mathematical Society

Program Committee

Chairman: Prishlyak A.
(*Kyiv, Ukraine*)
Balan V.
(*Bucharest, Romania*)
Banakh T.
(*Lviv, Ukraine*)
Bolotov D.
(*Kharkiv, Ukraine*)
Borysenko O.
(*Kharkiv, Ukraine*)
Cherevko Ye.
(*Odesa, Ukraine*)
Fedchenko Yu.
(*Odesa, Ukraine*)
Karlova O.
(*Chernivtsi, Ukraine*)
Kiosak V.
(*Odessa, Ukraine*)
Kirillov V.
(*Odesa, Ukraine*)
Konovenko N.
(*Odesa, Ukraine*)
Lyubashenko V.
(*Kyiv, Ukraine*)
Maksymenko S.
(*Kyiv, Ukraine*)
Matsumoto K.
(*Yamagata, Japan*)
Mormul P.
(*Warsaw, Poland*)
Mykhailyuik V.
(*Chernivtsi, Ukraine*)
Plachta L.
(*Krakov, Poland*)
Pokas S.
(*Odesa, Ukraine*)
Polulyakh E.
(*Kyiv, Ukraine*)
Sabitov I.
(*Moscow, Russia*)
Savchenko A.
(*Kherson, Ukraine*)
Sergeeva A.
(*Odesa, Ukraine*)
Shelekhov A.
(*Tver, Russia*)
Volkov V.
(*Odesa, Ukraine*)
Zarichnyi M.
(*Lviv, Ukraine*)

Administrative committee

- Egorov B., chairman, rector of the ONAFT;
- Povarova N., deputy chairman, Pro-rector for scientific work of the ONAFT;
- Mardar M., Pro-rector for scientific-pedagogical work and international communications of the ONAFT;
- Fedosov S., Director of the International Cooperation Center of the ONAFT;
- Kotlik S., Director of the P.M. Platonov Educational-scientific institute of computer systems and technologies "Industry 4.0";
- Svytyy I., Dean of the Faculty of Computer Systems and Automation.

Organizing commitee

Kirillov V.	Maksymenko S.	Osadchuk E.
Konovenko N.	Cherevko Ye.	Prus A.
Fedchenko Yu.		

Мінімальні поверхні та їх деформації

Т. Ю. Подоусова
(ОДАБА, Одеса, Україна)
E-mail: `tatyana_top@ukr.net`

Н. В. Вашпанова
(ОНАХТ, Одеса, Україна)
E-mail: `vasha_nina@ukr.net`

Вивчення нескінченно малих (н.м.) деформацій поверхонь заключається у виявленні нетривіальних н.м. деформацій (вектор зміщення $\mathbf{y} \neq const$ на всій S). Якщо ж поверхня допускає тільки тривіальні н.м. деформації ($\mathbf{y} = const$), то вона зветься жорсткою по відношенню до цих деформацій.

У E_3-просторі будемо розглядати н.м. деформацію першого порядку однозв'язної поверхні класу C^3, на яку накладені певні обмеження:

1) лінії геодезичного скруту (LGT-лінії) стаціонарні (в головному) [1];

2) повна кривина S ($K \neq 0$) змінюється за умови

$$\delta K = 2K\mu \tag{1}$$

де δK-варіація повної кривини S,$\mu(x^1, x^2)$ - деяка невідома функція класу C^3.
Для мінімальних поверхонь ($H = 0$, H-середня кривина S) математичною моделлю поставленої задачі буде наступна система диференціальних рівнянь з частинними похідними відносно функцій $u^\alpha(x^1, x^2)$ і $\mu(x^1, x^2)$:

$$g^{ij}\left(u^\alpha\right)_{,ji} - \frac{K_s}{K} g^{\beta s} u^\alpha_{,\beta} - K u^\alpha = \mu_i \rho^{i\alpha}. \tag{2}$$

Тут комою позначено коваріантне диференціювання на базі метричного тензора $g_{ij}, \mu_\alpha = \frac{\partial \mu}{\partial x^\alpha}$, $\rho^{i\alpha} = c^{ij} b^\alpha_j - H c^{i\alpha}, c^{ij} = g^{i\alpha} g^{j\beta} c_{\alpha\beta}, c_{\alpha\beta}$ - дискримінантний тензор S.
Індекси набувають значень 1,2.
Через кожний розв'язок системи рівнянь (2) частинні похідні вектора зміщення даної деформації матимуть наступне представлення

$$\mathbf{y}_i = \mu \mathbf{r}_i + c_{i\alpha} u^\alpha \mathbf{n}, \tag{3}$$

де $\mathbf{r}_\alpha$,$\mathbf{n}$ (орт нормалі S) - базисні вектори.

Очевидно, що тільки у випадку $\mu = 0, u^\alpha = 0$ дана деформація буде тривіальною, а поверхня S-жорсткою. Зокрема, якщо $\mu = 0, u^\alpha \neq 0$, то матимемо А-деформації зі стаціонарними LGT-лініями мінімальних поверхонь, які вивчалися в роботі [2].

Отже, справедлива

Теорема 1. *Кожна мінімальна поверхня допускає нетривіальну н.м. деформацію першого порядку зі стаціонарними LGT-лініями та повною кривиною, що змінюється за умовою (1), частинні похідні вектора зміщення якої при цьому мають вигляд (3), де функції u^α і μ є розв'язком системи рівнянь (2).*

Припустимо, що $\mu(x^1, x^2)$ заздалегідь задана функція точки поверхні класу C^3. Тоді кожне рівняння із (2) в замкненій області $\overline{G}$ задовольняє рівномірній еліптичності $\left(\frac{1}{g} \geq \Delta_0 > 0,\ \Delta_0 = const\right)$. Це означає, що (2) можна привести до наступного канонічного вигляду відносно u^α:

$$u^\alpha_{11} + u^\alpha_{22} + e^1 u^\alpha_1 + e^2 u^\alpha_2 - K u^\alpha = F^\alpha(\mu), \tag{4}$$

де $u_{\alpha\beta} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^\alpha \partial x^\beta}$, e^1, e^2- відомі функції точок S.

Має місце

Теорема 2. *Будь-яка мінімальна поверхня допускає нетривіальну н.м. деформацію першого порядку зі стаціонарними лініями геодезичного скруту та повною кривиною, що задовольняє умові (1), вектор зміщення якої виражається через заздалегідь задану функцію $\mu \in C^3(G)$, довільну функцію $\omega(x^1, x^2) \in C^3(\overline{G})$ та функції $u^\alpha(x^1, x^2) \in C^3(G)$, які є розв'язком системи рівнянь (4).*

Припустимо тепер, що в системі рівнянь (2) заздалегідь задані функції u^α. Тоді отримаємо неоднорідне диференціальне рівняння другого порядку з частинними похідними гіперболічного типу відносно μ, яке набуває канонічного вигляду:

$$\mu_{11} - \mu_{22} + d\mu_1 + e\mu_2 = \Phi(u^1, u^2), \tag{5}$$

де d, e - відомі функції точок поверхні S.
Доведена наступна

Теорема 3. *Будь-яка мінімальна поверхня допускає нетривіальну н.м. деформацію першого порядку зі стаціонарними лініями геодезичного скруту і повна кривина якої змінюється за умови (1). Вектор зміщення при цьому матиме представлення через заздалегідь задані функції $u^\alpha \in C^3$, дві довільні функції класу C^2, кожна від однієї змінної та функцію $\mu \in C^3$, яка є розв'язком рівняння (5).*

Нехай на площині x^1Ox^2 задана дуга кривої l, яка перетинається не більше ніж в одній точці з прямими, паралельними вісям координат і рівняння якої може бути записано у вигляді $x^2 = g(x^1)$.

Задамо вздовж кривої l значення μ та $\frac{\partial\mu}{\partial x^2}$:

$$\mu|_{x^2=g(x^1)=\omega_0(x^1)}, \qquad \frac{\partial\mu}{\partial x^2}|_{x^2=g(x^1)=\omega_1(x^1)} \tag{6}$$

та розглянемо задачу Коші (5), (6), розв'язок якої завжди існує і єдиний [3].
Отже, справедлива

Теорема 4. *Будь-яка мінімальна поверхня при граничній умові (6) допускає нетривіальну н.м. деформацію першого порядку зі стаціонарними LGT-лініями та повною кривиною, що змінюється за умови (1), вектор зміщення якої виражається через дві довільні функції, кожна від однієї змінної та заздалегідь заданих $u^\alpha \in C^3$.*

Слід відзначити, що н.м. деформації першого порядку зі стаціонарними LGT-лініями і повною кривиною мінімальних поверхонь були розглянуті в роботі [4].

Література

[1] Т. Ю. Вашпанова, Л. Л. Безкоровайна. LGT-сітка поверхні та її властивості. *Вісник КНУ імені Т.Г. Шевченка, серія фіз.-мат. науки*, вип.2, с. 7–12, 2010.

[2] Т. Ю. Подоусова. А-деформации минимальной поверхности со стационарной LGT-сетью. *Материалы конф. "Математика, информатика, их приложения и роль в образовании"*, Тверь, с. 60, 2013.

[3] Н. С. Кошляков и др. Уравнения в частных производных математической физики. *Учебное пособие для мех.-мат.ун-тов*, М., "Высшая школа 712 с., 1970.

[4] Т. Ю. Подоусова, Н. В. Вашпанова. Про деякі нескінченно малі деформації мінімальних поверхонь. *Тези доповідей між.конф. "Алгебраїчні та геометричні методи аналізу"*, Одеса, с. 81, 2018.